***Справочные материалы для повторения курса планиметрии 7 -9 класса в 10 классе***

ТРЕУГОЛЬНИКИ.

**Треугольником** называется геометрическая фигура, образованная тремя отрезками с попарно общими концами, не лежащими на одной прямой. Сумма длин сторон треугольника – **периметр** (р); р: 2 – **полупериметр.**

 **α+ β + γ = 180⁰;** δ = 180⁰ - β = α + γ (где α, β, γ **– внутренние** углы, аδ **внешний** угол треугольника).

 Против большей стороны треугольника лежит больший угол и наоборот.

Треугольники называются **равными,** если их можно совместить наложением.

**Признаки равенства треугольников**: 1)Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

2)Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

3)Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

**Признаки равенства прямоугольных треугольников**:1)Если катеты одного прямоугольного треугольника равны катетам другого, то такие треугольники равны.

2) Если катет и прилежащий к нему острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему острому углу другого, то такие треугольники равны.

3)Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого. То такие треугольники равны.

4)Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого, то такие треугольники равны.

Все соответствующие элементы равных треугольников равны.

Треугольники называются **равновеликими**, если их площади равны.

Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, называется ***медианой*** треугольника.

**Точка пересечения медиан** (**центроид** треугольника) делит медианы в отношении **2:1** ,считая от вершины.

Медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника.

Медианы треугольника пересекаясь, делят его на шесть равновеликих треугольников.

$m\_{a}$ = 0,5$\sqrt{2b^{2 }+2c^{2 }-a^{2}}$

 Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны, называется***биссектрисой*** треугольника**.**

Если **биссектриса** треугольника АВС делит сторону а на отрезки nи m , то m:n = с:в.

**Точка пересечения биссектрис треугольника** – **центр вписанной окружности**

 Перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника, на прямую, содержащую противоположную сторону, называется **в*ысотой***треугольника.

Высота треугольника, проведенная к большей стороне, меньше, чем высота, проведенная к меньшей стороне.

**Площади треугольников, имеющих равные высоты**, относятся как основания, к которым эти высоты проведены.

Точка пересечения высот треугольника - ***ортоцентр***.

 Отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника называется **средней линией** треугольника

**Прямая, проведенная через середину стороны треугольника, параллельно второй стороне** делит третью сторону пополам.

**Средняя линия треугольника** параллельна одной из сторон этого треугольника и равна ее половине.

**Три средние линии** треугольника АВС разбивают его на четыре равных треугольника, каждый из которых подобен АВС с коэффициентом подобия $\frac{1}{2}$ .

**Точка пересечения серединных перпендикуляров** к сторонам треугольника – **центр описанной окружности.**

Отрезок, соединяющий вершину треугольника с внутренней точкой противоположной стороны, называется **чевианой** треугольника.

Теорема **Чевы**. Три чевианы АА1 , ВВ1 ,СС1 треугольника АВС пересекаются в одной точке тогда и только тогда, когда выполняется условие $\frac{АВ\_{1}}{В\_{1}С}$ = $\frac{СА\_{1}}{А\_{1}В}$ = $\frac{ВС\_{1}}{С\_{1}А}$ =1.

Два треугольника называются **подобными**, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.

Отрезки АВ и СД **пропорциональны отрезкам** ЕК и МР, если АВ : ЕК = СД : МР

Отношение сходственных сторон подобных треугольников называется **коэффициентом подобия** треугольников

**Признаки подобия**: 1)Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

2)Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы. заключенные между этими сторонами равны, то такие треугольники подобны.

3)Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны

$ \frac{а\_{1}}{а\_{2}} = \frac{Р\_{1}}{Р\_{2 }}$ = к;$ \frac{S\_{1}}{ S\_{2}}$ =к2

**Обобщенная теорема Фалеса**. Параллельные прямые, пересекающие две данные прямые, отсекают на этих прямых пропорциональные отрезки.

Следствие: Параллельные прямые, пересекающие стороны угла (вертикальных углов), отсекают от него (от них) подобные треугольники. (Прямая, параллельная стороне треугольника и пересекающая две другие стороны треугольника отсекает от него треугольник, подобный данному)

**РАВНОБЕДРЕННЫЙ** треугольник. Боковые стороны равны. Углы при основании равны. Высота, проведенная к основанию, является биссектрисой и медианой. Точки пересечения высот, биссектрис и медиан лежат на одной прямой.

**РАВНОСТОРОННИЙ (ПРАВИЛЬНЫЙ)** треугольник. Все стороны равны, все углы равны 60⁰,все высоты являются медианами и биссектрисами, центр вписанной и описанной окружностей совпадает и называется центром правильного треугольника.

 **ПЯМОУГОЛЬНЫЙ** треугольник **-** треугольник, один из углов которого прямой

**Гипотенуза** – сторона прямоугольного треугольника, лежащая напротив прямого угла.

**Катеты** - стороны прямоугольного треугольника, образующие прямой угол. Катет меньше гипотенузы

**Сумма острых углов** прямоугольного треугольника равна 90⁰

В прямоугольном треугольнике катет, лежащий напротив угла **30⁰,** равен половине гипотенузы.

В прямоугольном треугольнике катет, лежащий напротив угла **60⁰,** равен $\frac{\sqrt{3}}{2}$ гипотенузы.

Прямоугольный треугольник с острым углом **45⁰** - равнобедренный и его гипотенуза в $\sqrt{2}$ раз больше катета.

В прямоугольном треугольнике **медиана**, проведенная к гипотенузе равна половине гипотенузы. Середина гипотенузы – **центр описанной окружности** , **R =c:2**

 А Н СН – **высота**, проведенная к гипотенузе

 в с СН =$\sqrt{ АН ∙НВ}$ АС =$\sqrt{ АН ∙АВ}$ ВС =$\sqrt{ НВ ∙АВ}$ $\frac{НС}{НА}=\frac{а^{2}}{в^{2}}$ **НС =**$\frac{ав}{с}$

 С а В

 Теорема Пифагора с2 = а2 + в2 sinA =$\frac{a}{с }$ cosA =$\frac{b}{с }$ tgA =$\frac{a}{b }$ ctgA =$\frac{b}{a}$

 Описанный прямоугольный треугольник

 **r** =$ \frac{ a+b-c}{2}$

|  |
| --- |
| Пифагоровы тройки |
| а | 3 | 3n | 5 | 7 | 8 | 9 |
| в | 4 | 4n | 12 | 24 | 15 | 40 |
| с | 5 | 5n | 13 | 25 | 17 | 41 |

 КВАДРАТ

**Теорема косинусов:**  а2 = в2+с2 – 2вс cosA

**Теорема синусов**$: \frac{a}{sinA}$ = $\frac{в}{sinВ}= \frac{с}{sinС} $ = 2R (R- радиус опис. окр.)

Треугольник общего вида S = $\frac{ah}{2}$ = $\frac{1}{2}$ ab sinα = $\frac{abc}{4R}$ = pr = $\sqrt{p\left(p-a\right)\left(p-b\right)(p-c)}$

Прямоугольный треугольник S = $\frac{ab}{2}$ .

Правильный треугольник S = $\frac{a^{2}\sqrt{3}}{4}$ = $\frac{R^{2}3\sqrt{3}}{4}$ =3$\sqrt{3}r^{2}$